MINEDUC - OBC **Epreuve de Mathématiques** **EXAMEN : BACCALAUREAT D**

SESSION 2023 **Durée : 4 heures**

Coefficient : 4

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1: 4,75 points

1. Déterminer les racines cubiques de 8 sous la forme algébrique dans $\mathbb{C}$. **0,75 pt**

2. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé($(0; i, t^t)$ On considere les points A, B et C d'affixes respectives $r_A = -1 + \sqrt{3}z_5 = -1 - i\sqrt{3}$ et $x_0 = 2$

a) Montrer que $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = c^{-1\frac{7}{3}}$. En dédure la nature exacte du triangle ABC. **0,75 pt**

b) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC . **1,5 pt**

c) Montrer que l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe qui verifie $2(z + z) + z = 0$ est le cercle de centre Ω d'affixe -2 et de rayon? **0,5 pt**

d) Vérifier que A et B sont éléments de Γ_2. **0,5 pt**

e) Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S de centre Ω qu transforme A en B. **0,75 pt**

Exercice 2: 3 points

Soit (E) l'équation différentielle $y' - 2y = 0$ où y est une fonction definie et dérivable sur m .

1.a) Résoudre l'équation (E) sur $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

b) Montrer que la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$ est definie sur $\mathbb{R}$ par $f(1) = 0^{23}$, **0,5 pt**

c) Déterminer en fonction de n la valeur moyenne de f sur l'intervalle]n,n+1[**0,5 pt**

2. Soit (u_n) la suite définie par: $u_n = \frac{1}{2}(e^2 - 1)e^{2n}$ pour tout entier $n \geq 0$.

a) Calculer u_0 et u_1. **0,5 pt**

b) Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison 0^2. **0,5 pt**

c) Déterminer la valeur exacte de la somme: $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{2023}$. **0.5 pt**

Exercice 3: **3 points**

I- Une urne contient cinq jetons portant respectivement les nombres $1; e^2 \cdot \frac{1}{e^2}$; e et $\frac{2}{6}$, tous indiscernables au toucher. On tire successivement au hasard et avec remise deux jetons de l'urne et on note par a et b les nombres lus respectivement sur le premier jeton, puis sur le deuxième jeton tiré. A cette expérience aléatoire, on associe le point M d'affixe $z = \ln\ a + inb$. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(\ 0; \vec{r}, \vec{j}\ )$.

1. Déterminer la probabilité de l'événement A: " M appartient à l'axe des réels».
. **0,75 pt**

2. Montrer que la probabilité de l'évènement B : « M appartient à l'axe des imaginaires purs » est égale à 0,2. **0,75 pt**

II Un agent publicitaire pour son service a pour base de travail, le tableau ci-après

Frais de publicité x (en dizaines de millions de francs)	7	7,8	9,2	10,5	11	11.5
Chiffre d'affaires y (en dizaines de millions de francs)	237	235	248	250	268	258

1. Déterminer une équation de la droite de Mayer de $(x; y)$. **1 pt**
2. En déduire une estimation des frais de publicité d'une entreprise dont le chiffe d'affaires est de 3 milliards de francs. **0,5 pt**

Exercice 4 : **4,25 points**

1. On considère la fonction g définie sur $D =]-1,0[$ par: $g(x) = \frac{1}{x^2+x'}$.

a) Calculer les limites de g à droite en-1 et à gauche en 0 . **0,5 pt**

b) Étudier les variations de g. **0,5 pt**

c) En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $]-1; 0[, g(x) < 0$. **0,25 pt**

d) Montrer que pour tout réel x de lintervalle $]-1; 0\left[, g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right.$. **0,5 pt**

e) En déduire sur $]-1; 0[$, la primitive G de g qui s'annule en $-\frac{1}{2}$. **0,5 pt**

2. On considère la fonction f définie sur $]-1; 0[$ par : $f(x) = \ln\left(\frac{-x}{x+1}\right)$.

a) Déterminer les limites de f aux bornes de l'intervalle $]-1; 0[$. **1 pt**

b) Montrer que pour tout réel x de $]-1; 0[, f'(x) = g(x)$. **0,5 pt**

c) En déduire le sens de variation de f sur $]-1; 0[$. **0,5 pt**

PARTIE B: ÉVALUATION DES COMPETENCES : **5 points**

Situation:

TANG voudrait se marier malgré ses moyens limités, puis voyager avec son épouse, afin de finaliser un projet qu'il avait entamé. Dans le souci de pouvoir acheter le billet d'avion de sa femme, il place l'argent de son billet d'avion dans une banque à un taux d'intérêt annuel composé de 5%. Dans cette banque, pour tout calcul, $\ln 2 = 0{,}69$ et $\ln 1{,}05 = 0{,}049$.

Pour son mariage, il se rend dans un magasin où le prix de chaque article a subi deux baisses successives de même taux à telle enseigne qu'une veste qui coûtait 140.000 Favant ces baisses est vendue à 126350 F. TANG ne dispose que de 17500 F pour acheter un sac qui coutait 20.000 F après la $1^{ère}$ baisse et qui a subi le même taux de baisse que la veste.

Pour son projet, TANG ne compte que sur les loyers des maisons que lui a léguées son père. Ces maisons produisent une somme $S(x) = \frac{x^3-15x^2+63x}{2}$ en millions de francs où x est le rang de l'année à compter de l'année de leur mise en location. Son projet ne peut être réalisé que si au cours des neuf premières années, il obtient au moins 41 millions de francs en un an.

Tâches:

1. A partir de combien d'années les intérêts produits à la banque. Permettront-ils à TANG d'acheter un autre billet d'avion pour son épouse ? **1,5 pt**
2. TANG pourra-t-il à partir des loyers de ses maisons réaliser son projet? **1,5 pt**
3. TANG pourra-t-il acheter ce sac? **1,5 pt**

Présentation : 0,5 pt.