MINEDUC - OBC **Epreuve de Mathématiques** **EXAMEN : BACCALAUREAT C - E**

SESSION 2006 **Durée : 4 heures**

Coefficient : 7(C) /6(E)

Exercice 1 — 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ deux nombres complexes.
On considère la transformation r définie par :

à tout point Md' affixe z on associe le point $M'd'$ affixe z' tel que : $\begin{cases} 2x' = x - y\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 2y' = x\sqrt{3} + y + 1. \end{cases}$

1. (a) Donner l'écriture complexe de r. **1 pt**
(b) En déduire la nature exacte et les éléments géométriques de r. **1 pt**

2. Soit h l'application du plan dans le plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par z' tel que : $z' = -2z + 3i$.
Montrer que h est une homothétie de centre $\Omega(0;1)$. **0,5 pt**

3. On considère $s = h \circ r$
(a) Déterminer la nature et les éléments géométriques de s **1 pt**
(b) Donner l'expression exponentielle de s. **0,5 pt**

Exercice 2 — 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité sur les axes 1 cm .
(H) est l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que : $4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y - 29 = 0$.

1. (a) Montrer que (H) est une hyperbole. **0,5 pt**
(b) Déterminer respectivement le centre, les axes, les sommets et les asymptotes de (H) **1 pt**

2. Soit Ω le point de coordonnées $(-2;1)$ et $\overrightarrow{e_1} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}, \overrightarrow{e_2} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ deux vecteurs du plan.
(a) Montrer que $(\Omega, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est un repère du plan. **0,5 pt**
(b) Montrer que l'équation cartésienne de (H) dans le repère $(\Omega, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est $Y = \frac{1}{4X}$ **1 pt**
(c) En déduire l'excentricité et les foyers de (H) dans le repère $(\Omega, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ **1 pt**

3. Représenter graphiquement (H) dans le repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. **1 pt**

PROBLEME **11 points**

Le problème comporte trois parties indépendantes A ; B et C, Le candidat se doit de traiter chacune des trois parties

Partie A **3 points**

L'espace orienté est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On considère les points $A(1;1;-1{,}5), B(0;1;-1), C(-4;-3;-2)$ et $D(1;1;-1)$

1. (a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. **1 pt**
   (b) Ecrire une équation cartésienne du plan (ABC). **1 pt**
2. Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas colinéaires. **0,5 pt**
3. Les trois points A, B, C et D définissent un tétraèdre $ABCD$ Calculer le volume du tétraèdre$ABCD$. **0,5 pt**

Partie B **4 points**

Soit (un) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{2}{5}u_n \end{cases}$, pour tout entier n

1. On suppose que la suite (u_n) est convergente. Montrer alors que sa limite est $\frac{5}{3}$. **1 pt**

2. On pose $v_n = u_n - \frac{5}{3}$
(a) Montrer que (vn) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme v_0 **1 pt**
(b) En déduire l'expression de vn puis celle de u nen fonction de n. **0,5 pt**
(c) Etudier la convergence de la suite (v_n). **0,5 pt**

3. On pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$ et $S'n = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1}$
(a) Exprimer S_n en fonction de v_0 et n. **0,5 pt**
(b) Exprimer S'_n en fonction de v_0 et n. **0,5 pt**

Partie C **4 points**

On considère l'équation différentielle(E): $y'' + 4y' + 5y = 0$.

1. (a) Déterminer la solution générale de (E). **1 pt**
(b) Déterminer la solution de (E) dont la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé passe par le point de coordonnées $(0;1)$ et la tangente en ce point a pour coefficient directeur -2 . **0,5 pt**

2. Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, par : $f(x) = e^{-2x}\cos x$.

On note Cf la courbe de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.
(a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 **0,5 pt**
(b) Donner le signe de f sur son ensemble de définition. **0,5 pt**

3. Soit F la fonction définie par $F(x) = \frac{1}{5}e^{-2x}(\sin x - 2\cos x)$.

(Δ) le domaine plan délimité par la courbe C_f, l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses et la dro ite d'équation $x = -\frac{\pi}{2}$.
(a) Montrer que F est une primitive de $f$sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$. **0,5 pt**
(b) En déduire la valeur exacte de l'aire du domaine (Δ). **1 pt**